
Concursul liceelor partenere cu



**UNIVERSITATEA
TEHNICĂ**
DIN CLUJ-NAPOCA

EDIȚIA A XV-A
3 martie 2026

CLASA A XII-A

Problema 1. (a) Fie $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă. Arătați că $\int_0^1 \left(\int_x^1 f(t) dt \right) dx = \int_0^1 x f(x) dx$.

(b) Calculați $\int_0^1 \left(\int_x^1 e^{t^2} dt \right) dx$.

Problema 2. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă pentru care $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a \in \mathbb{R}$ și $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b \in \mathbb{R}$. Arătați că

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_{-x}^x (f(t+b) - f(t+a)) dt = (b-a)^2.$$

Problema 3. Fie $G = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mid x, y, z \in \mathbb{Z} \right\} \subset \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$. Arătați că G formează un grup față de operația de înmulțire a matricelor și determinați morfismele de la $(G, \cdot)$ la $(\mathbb{Z}, +)$.

Timp de lucru: **2 ore**. Succes!