
Concursul liceelor partenere cu



**UNIVERSITATEA
TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA**

EDIȚIA A XV-A
3 martie 2026

CLASA A IX-A

Problema 1. Pe graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + bx + c$ (cu $b, c \in \mathbb{R}$), considerăm punctele A_k de abscisă $k \in \mathbb{Z}$.

a) Arătați că există o funcție de gradul al doilea al cărei grafic conține centrele de greutate ale tuturor triunghiurilor $A_{k-1}A_kA_{k+1}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

b) Arătați că triunghiurile $A_{k-1}A_kA_{k+1}$ ($k \in \mathbb{Z}$) au toate aceeași arie.

Problema 2. Determinați funcțiile $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ care verifică relația

$$f(f(x) - x) = 6x, \quad \text{pentru orice } x \in (0, \infty).$$

Problema 3. Considerăm șirurile de numere reale $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ și $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definite recursiv prin relațiile:

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + b_n + \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ b_{n+1} = a_n + b_n - \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}), \quad a_0 = 2, \quad b_0 = -1.$$

Determinați $[a_n]$ și $[b_n]$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, unde $[x]$ notează partea întreagă a numărului real x .

Timp de lucru: **2 ore.** Succes!